

复杂船体曲面拟合的小波方法研究

赵勇^{*1}, 王天霖¹, 邹丽²

(1. 大连海事大学 交通运输装备与海洋工程学院, 辽宁 大连 116026;

2. 大连理工大学 运载工程与力学学部 船舶工程学院, 辽宁 大连 116024)

摘要:将小波方法引入船体曲面整体拟合,对大量的船体型值点做二维小波变换,然后对小波系数加以滤波处理,得到船体完整曲面的高压压缩的小波重构表达式.重构船体曲面精度可由小波系数滤波阈值控制.以一艘带折角的方尾复杂船型为例,说明了小波船体曲面拟合方法的有效性.

关键词:船体曲面;曲面拟合;压缩比;小波变换

中图分类号:U662.9

文献标志码:A

Wavelet method-based complicated hull surface fitting

ZHAO Yong^{*1}, WANG Tian-lin¹, ZOU Li²

(1. Transportation Equipment and Ocean Engineering

College, Dalian Maritime University, Dalian 116026, China;

2. School of Naval Architecture, Faculty of Vehicle Engineering and Mechanics, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract: The wavelet method was introduced into overall hull surface fitting from a large number of data points by using two-dimensional wavelet transform, and the wavelet coefficients were filtered to obtain a highly compressed wavelet reconstruction hull surface expression. The accuracy of the reconstruction hull surface can be controlled by the value of wavelet coefficients filtering threshold. Finally, an example of a square tail boat with sharp angular change illustrate the validity and reasonableness of this method.

Key words: hull surface; surface fitting; compression ratio; wavelet transform

0 引言

船体表面拟合在船舶工程学科中是一个基础

而又重要的问题,对其准确描述关系着船体建模精度及后续性能优化设计^[1-4].然而,船体曲面复杂,很难找到简单的数学表达式完整地表示整个船体曲面.实际工程中多采用分块拟合,然后拼接成整块船体曲面^[5-6].分块拟合的做法虽然简单,但在拼接处常常会引入不光顺的问题,特别是曲面变化较大的情况下,对出现折角或者曲率较大的位置,需要对其做额外光顺处理^[7-8].

本文直接从船型的原始型值点出发,借用信号处理中数据压缩的思路,对大量的型值数据做二维小波变换,对小波系数进行滤波处理,剩余小波重构得到船体曲面的小波重构表达式. Daubechies 小波具有正交性、局部支撑性等良好的数学性质,广泛应用于多种工程问题中^[8],故船体曲面表达式中的基函数选用 Daubechies 小波.通过小波拟合表达式,得到船体完整表面的数学表达式,并且由于小波方法具有高压压缩性,该表达式也具有高压压缩性.本文还考虑了重构小波表达的精度与小波变换系数滤波时采用的阈值关系以及压缩比与所采用的小波消失矩阶次的关系.

1 曲面的小波表达

小波基是平方可积空间 $L^2(R)$ 上的多分辨率分析,即可以把空间分解成序列嵌套子空间, $V_j \subset V_{j+1}$, $j \in \mathbb{Z}$; 满足 $\cup V_j = L^2(R)$ 和 $\cap V_j = \{0\}$. 定义 W_j 为 V_j 在 V_{j+1} 的正交补,即 $V_{j+1} = V_j \oplus W_j$. $L^2(R)$ 就可以表述为 W_j 的直和 $L^2(R) = \bigoplus_{j \in \mathbb{Z}} W_j$, W_j 就是小波基函数. $L^2(R)$ 空间的小波基函数 W_j 是正交并且有限支撑的,可以通过简单函数 $\psi(x)$ 的

收稿日期:2014-05-22;修回日期:2014-08-28.

基金项目:国家自然科学基金资助项目项目(51309040; 51379033; 51379025);中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(3132014224;3132014318).

作者简介:赵勇^{*}(1981-),男,讲师,博士,E-mail:fluid@126.com.

伸缩和平移来实现,

$$\psi_{j,k}(x) = 2^{j/2} \psi(2^j x - k) \quad (1)$$

其中: $j, k \in Z$, j 为尺度指标, k 为位置指标, $\{\psi_{j,k}(x), k \in Z\}$ 形成 W_j 空间的正交基.

函数 $\psi(x)$ 可以定义一个伴随函数 $\varphi(x)$, 称为尺度函数, 该两个函数有以下关系, 称为尺度关系, 即

$$\psi(x) = \sqrt{2} \sum_{k \in Z} g_k \varphi(2x - k) \quad (2.1)$$

$$\varphi(x) = \sqrt{2} \sum_{k \in Z} h_k \varphi(2x - k) \quad (2.2)$$

其中:

$$g_k = (-1)^k h_{1-k} \quad (3)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x) dx = 1 \quad (4)$$

并且, 小波函数 $\psi(x)$ 具有 M 阶消失矩,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(x) x^m dx = 0, \quad m = 0, \dots, M-1 \quad (5)$$

函数 $\varphi(x)$ 的伸缩和平移记为 $\varphi_{j,k}(x)$,

$$\varphi_{j,k}(x) = 2^{j/2} \varphi(2^j x - k), k \in Z \quad (6)$$

形成 V_j 空间的正交基.

还可以把式(2.1)、(2.2)写成一般形式:

$$\psi_{j-1,k}(x) = \sum_{n \in Z} g_{n-2k} \varphi_{j,n}(x) \quad (7.1)$$

及

$$\varphi_{j-1,k}(x) = \sum_{n \in Z} h_{n-2k} \varphi_{j,n}(x) \quad (7.2)$$

二维空间的基函数可以通过一维基函数的张量积形成, 即

$$\varphi_{j,kl}(x, y) = \varphi_{j,k}(x) \varphi_{j,l}(y) \quad (8.1)$$

$$\psi_{j,kl}^\mu(x, y) = \begin{cases} \psi_{j,k}(x) \varphi_{j,l}(y), \mu = 1 \\ \varphi_{j,k}(x) \psi_{j,l}(y), \mu = 2 \\ \psi_{j,k}(x) \psi_{j,l}(y), \mu = 3 \end{cases} \quad (8.2)$$

下面推导小波二维分解和重构公式. 设函数为 $f(x, y)$, 在空间 V_j 中有其逼近, 其由两个基本的标准正交基表示. 第一个是 V_j 上的尺度函数基 $\{\varphi_{j,kl}\}$, 第二个是 $\{\varphi_{j-1,kl}\} \cup \{\psi_{j-1,kl}^\mu\}, \mu = 1, 2, 3$. 可以分别表示为

$$f_j(x, y) = \sum_{k,l \in Z} c_{j,kl} \varphi_{j,kl}(x, y) \quad (9)$$

及

$$f_j(x, y) = \sum_{k,l \in Z} c_{j-1,kl} \varphi_{j-1,kl}(x, y) + \sum_{\mu=1,2,3} \sum_{k,l \in Z} d_{j-1,kl}^\mu \psi_{j-1,kl}^\mu(x, y) \quad (10)$$

由于正交性, 用相应的基函数点乘上式, 得到

$$c_{j,kl} = \langle f_j, \varphi_{j,kl} \rangle \quad (11.1)$$

$$c_{j-1,kl} = \langle f_j, \varphi_{j-1,kl} \rangle \quad (11.2)$$

$$d_{j-1,kl}^\mu = \langle f_j, \psi_{j-1,kl}^\mu \rangle \quad (11.3)$$

将尺度公式(7.2)和张量积(8.1), 代入系数式(11.2), 得到

$$c_{j-1,kl} = \langle f_j, \sum_{m,n} h_{m-2k} h_{n-2l} \varphi_{j,mn} \rangle = \sum_{m,n} h_{m-2k} h_{n-2l} c_{j,mn} \quad (12.1)$$

同理有

$$d_{j-1,kl}^1 = \langle f_j, \sum_{m,n} g_{m-2k} h_{n-2l} \psi_{j,mn}^1 \rangle = \sum_{m,n} g_{m-2k} h_{n-2l} d_{j,kl}^1 \quad (12.2)$$

$$d_{j-1,kl}^2 = \langle f_j, \sum_{m,n} h_{m-2k} g_{n-2l} \psi_{j,mn}^2 \rangle = \sum_{m,n} h_{m-2k} g_{n-2l} d_{j,kl}^2 \quad (12.3)$$

$$d_{j-1,kl}^3 = \langle f_j, \sum_{m,n} g_{m-2k} g_{n-2l} \psi_{j,mn}^3 \rangle = \sum_{m,n} g_{m-2k} g_{n-2l} d_{j,kl}^3 \quad (12.4)$$

式(12.1)、(12.2)、(12.3)、(12.4)就是 Mallat 二维小波分解公式. 现在考虑相反过程, 将两尺度方程(7.1)、(7.2)代入式(10), 然后用 $\varphi_{j,kl}(x, y)$ 做内积, 可以得到

$$c_{j,kl} = \sum_{m,n \in Z} h_{k-2m} h_{l-2n} c_{j-1,mn} + \sum_{m,n \in Z} g_{k-2m} h_{l-2n} d_{j-1,mn}^1 + \sum_{m,n \in Z} h_{k-2m} g_{l-2n} d_{j-1,mn}^2 + \sum_{m,n \in Z} g_{k-2m} g_{l-2n} d_{j-1,mn}^3 \quad (13)$$

式(13)就是 Mallat 二维小波重构公式. 重构时, 可以指定一个阈值, 选择绝对值大于阈值的小波系数参与重构, 其他小波系数赋零处理. 实际计算时, 只需储存非零小波系数, 可以起到数据压缩的作用.

假定在最小尺度 J 上可以观察到船体曲面 $f(x, y)$ 的主要特征, 记为 $f_j(x, y)$, 取初始化尺度系数 $c_{J,kl} = f(x_{J,k}, y_{J,l})$, $(x_{J,k}, y_{J,l})$ 为最小尺度 J 上的坐标位置. 重复分解过程直至最大尺度 j_0 . 其可以表述为以下多尺度的小波表达式, 即

$$f_J(x, y) = \sum_{k=0}^{2^{j_0-1}} \sum_{l=0}^{2^{j_0-1}} c_{j_0,kl} \varphi_{j_0,kl}(x, y) + \sum_{j=j_0}^{J-1} \sum_{k=0}^{2^{j-1}} \sum_{l=0}^{2^{j-1}} \sum_{\mu=1}^3 d_{j,kl}^\mu \psi_{j,kl}^\mu(x, y) \quad (14)$$

其中: 系数可由二维分解公式获得. 曲面被投影到一序列的嵌套空间里, 因而能够进行多尺度分析, 即 $j_0 \leq j \leq J-1$. j_0, J 分别表示最大和最小尺度指标, j_0 由选用的小波决定, 只要保证 2^{j_0} 大于尺度公式(2.1)或(2.2)中系数个数即可. 通过这些投

影,可以实现曲面在不同尺度上的观测,借助于小波分解算法,可以实现 $j_0 \leq j \leq J-1$ 的尺度上逐层次的观测,大尺度 j_0 对应的是主干, $j_0+1 \leq j \leq J-1$ 对应的是相应的细节.式(14)中,绝对值小于阈值的小波系数可以忽略不计,可以相当程度地减少船体曲面表达式的项数,且精度由阈值控制.系数 $H = \{h_k, k=0, \dots, L-1\}$ 和 $G = \{g_k, k=0, \dots, L-1\}$ 称为映射过滤器,一旦 H 确定,函数 ψ 和 φ 就完全确定.对 Daubechies 小波来说, $L = 2M-1$,记 $\text{sup}\varphi$ 和 $\text{sup}\psi$ 分别为尺度函数和小波函数的定义域,则 $\text{sup}\varphi = [0, 2M-1]$ 和 $\text{sup}\psi = [-M+1, M]$,由于其具有紧凑的非零域,常被用来进行数值计算和信号分析.

本文采用 Daubechies 小波分析数据和拟合曲面,虽然这类小波没有显示表达式,但可以通过尺度公式(2)、(3)迭代得到其数值结果.图 1 为 6 阶消失矩 Db6 的尺度函数及小波函数.

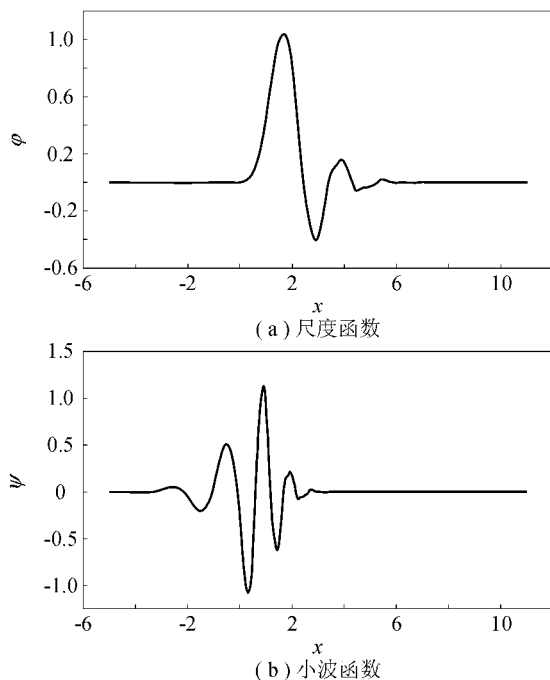


图 1 Db6 的尺度函数及小波函数

Fig. 1 The scale function of Db6 and wavelet function

船体曲面反向工程中的关键技术之一就是离散数据集转化为一个分片光滑且连续的曲面模型^[9].获得光滑的重构曲面通常有两类途径:一是在重构曲面过程中就考虑生成曲面的光滑问题,使得到的曲面满足光滑性和连续性要求,另外一种是先重构出曲面再进行光滑.张荣鑫^[10]采用小波方法对已有船体曲面进行光滑,指出小波光顺法具有良好的特性:(1)小波光顺为整体光滑

方法,并且保持了原曲线的整体形态;(2)具有数据压缩功能,可以减少数据的存储量;(3)运行效率高,适合控制顶点多的曲线光顺等.不同于张荣鑫采用的第二类途径,本文采用第一类途径,即直接从离散数据集,基于上述小波曲面拟合理论,得到光滑的船体完整曲面.

2 带折角船曲面拟合试验

为验证小波方法对复杂船体曲面拟合效果,以带折角方尾船为例,该船全长 36 m,设计水线以下长 32.4 m,吃水 1.89 m,最大半宽 3.45 m.仅对设计水线下的船体表面进行小波分析.为精细地表示船体曲面,在船长及吃水方向各取 256 个数据点.选用三阶 Daubechies 小波(Db3)对数据进行分解,得到 $c_{3,kl}, d_{3,kl}, d_{4,kl}, d_{5,kl}, d_{6,kl}, d_{7,kl}$,总共 16 384 个小波系数.给定小波系数阈值 0.01,保留 360 个大系数的小波系数,用其参与曲面重构,获得的重构曲面最大绝对误差为 0.0084,比小波系数阈值小一个量级.压缩比为 45.5,也就是 16 384 个数据通过小波处理后,只需用 360 个系数就可重构出精度良好的曲面.图 2 为其原始曲面及重构后曲面,图 3 为最大半宽无量纲化的误差分布.

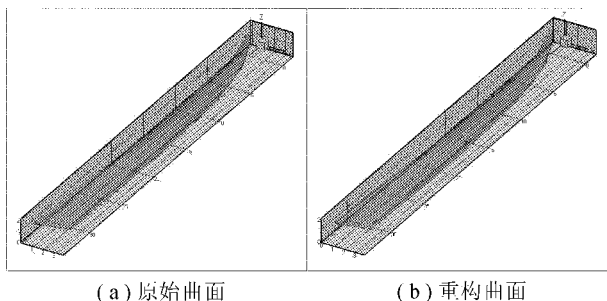


图 2 带折角船型的原始曲面和压缩比为 45.5 的重构曲面

Fig. 2 Original hull surface and reconstructed surface

由图 3 可见,小波重构后曲面的精度非常高,如果用原始水线和横剖线与重构后的水线和横剖线相比,两者几乎重合,很难看出区别.在此基础上,考虑在相同阈值的情况下考察消失矩对压缩比和精度的影响.图 4 为压缩比和最大绝对误差与消失矩的关系曲线.

一般情况下,消失矩越高,压缩比和精度越大,这个结论在信号压缩,比如湍流脉动信号中是成立的.但在做船体曲面拟合时,船体曲面数据序列相对来说还是较光滑的,选用低阶消失矩小波是恰当的,图 4 的数值结果说明了这点,这与湍流

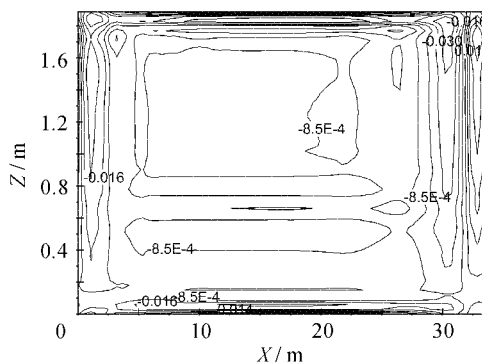
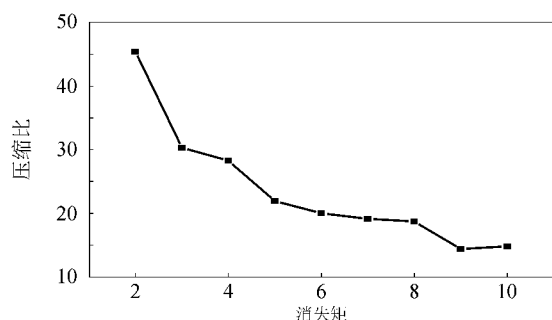
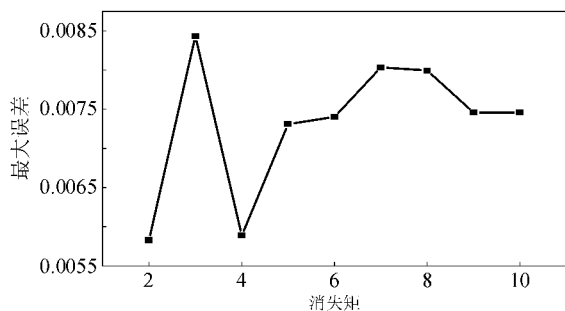


图3 带折角船型压缩比45.5的无量纲误差分布

Fig.3 Sharp change model's dimensionless error distribution with compression ratio 45.5



(a) 压缩比与消失矩的关系



(b) 最大误差与消失矩的关系

图4 压缩比和最大误差与消失矩的关系曲线

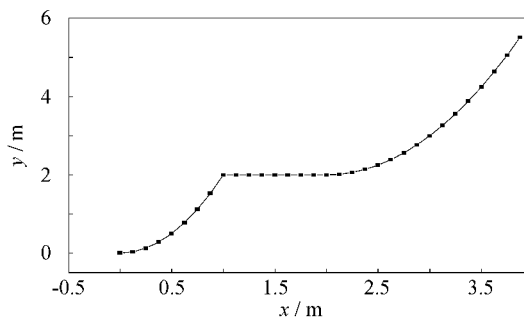
Fig.4 Wavelet vanishing moment versus compression ratio and error's maximum of sharp change model

信号分析中不一致^[11].

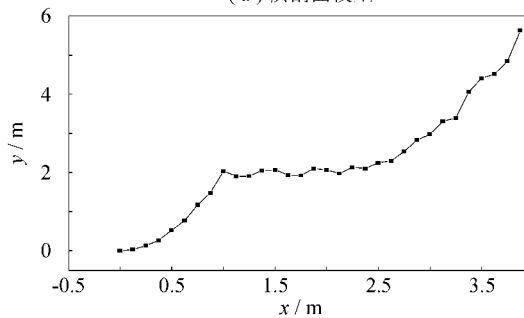
3 随机误差验证

为进一步验证小波拟合方法在复杂船体曲面下的拟合效果,在此假定某复杂船体的横剖面模型由三段构成,分别为船底抛物线、中间带折角平台、船舷抛物线,如图5(a)所示.在此基础上,考虑实际测量中难免引入误差,导致船体曲面不光顺,考查小波拟合方法的光顺效果.为模拟误差,在图5(a)基础上,引入随机数充当误差,其变化幅度为真实值3%,如图5(b)所示.

采用 Db3 小波对此做拟合处理,取小波系数



(a) 横剖面模型



(b) 不光顺模型

图5 某复杂船体横剖面模型及测量误差导致的不光顺模型

Fig.5 A transverse profile of complex hull's model and a non-smoothing model caused by measuring error

临界值0.01 过滤,只保留原来小波系数的31%,对其重构,拟合得到的横剖面与真实值比较如图6(a)所示.由图6(a)可知,小波拟合后的横剖面已很光顺,与真实值几乎重合.图6(b)为测量值减去小波拟合曲面,近似于测量引入的随机误差,可见模拟的测量误差基本消除.实例说明,采用小波拟合方法不仅对复杂船体曲面有效,且拟合得到的曲面已有相当的光顺效果.

4 结论

本文提出一种船体曲面完整表达的小波拟合新方法.该方法基于数据压缩的思想,把原始数据序列中蕴含的相互关联,经过条件采样后压缩到新的数据序列中,在精度允许的情况下代替原始数据.本文把这种处理方法用于船体表面表达,船体表面坐标位置由二维数据序列表示,对其做二维小波分解,保留大系数的小波系数及其位置信息,重构出新的二维数据序列来拟合船体曲面.鉴于小波方法具有良好的压缩性能,小波重构表达式具有高压缩性,可以大量节约数据存储.拟合曲面与原始曲面相比,其绝对误差比阈值小一个量级且均匀分布.由于是全船曲面拟合,保持了船型

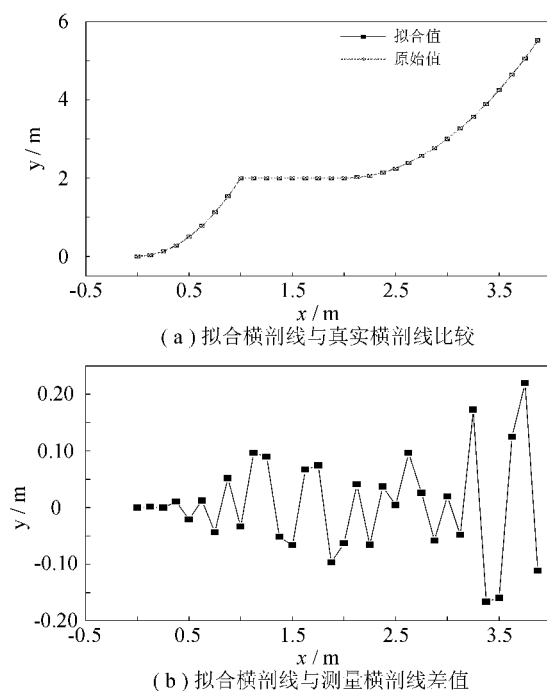


图 6 拟合横剖线与真实横剖线比较及
拟合横剖线与测量横剖线差值

Fig. 6 The comparison of the fitting transverse section and real transverse section and the difference between the transverse lines of the fitting and measured ones

的整体形态,其光顺性得到保证.多种小波阶次拟合表明,选用低阶消失矩,其效率和精度更好.

参考文献 (References):

- [1] 张明霞,林焰,纪卓尚. 船体曲面造型研究进展[J]. 大连理工大学学报,2003,43(2):207-212.
ZHANG Ming-xia, LIN Yan, JI Zhuo-shang. Advances of ship surface modeling[J]. Journal of Dalian University of Technology, 2003,43(2):207-212. (in Chinese)
- [2] 于雁云,林焰,纪卓尚. 船体曲面参数化设计新方法[J]. 中国造船,2013,54(1):21-29.
YU Yan-yun, LIN Yan, JI Zhuo-shang. A new method for parametric design of hull surface[J]. Ship Building of China, 2013,54(1):21-29. (in Chinese)
- [3] 王守尊. 船体曲面的数学表达[J]. 海军工程学院学报,1992(2):28-33.
WANG Shou-zun. Mathematics expression of ship hull surface[J]. Journal of Naval Academy of Engineering, 1992(2):28-33. (in Chinese)
- [4] 作大伟,林焰,纪卓尚. 船体曲面的 NURBS 表达与设计[J]. 大连理工大学学报,2002,42(5):569-573.
WU Da-wei, LIN Yan, JI Zhuo-shang. Ship hull surface's NURBS representation and design[J]. Journal of

Dalian University of Technology, 2001, 42(5):569-573. (in Chinese)

- [5] 陈家远,黎瑞程. 船体曲面组合理论和型线精光顺[J]. 广船科技,2003(2):1-4.
CHEN Jia-yuan, LI Rui-cheng. Ship surface combination theory and lines smoothness[J]. GuangChuan Technology, 2003(2):1-4. (in Chinese)
- [6] 吴年庆,赵耀,袁华. 船体曲面矩形块按参考线敷设法关键技术研究[J]. 工程图学学报,2010(1):150-155.
WU Nian-qing, ZHAO Yao, YUAN Hua. Key technology of laying rectangular tiles along reference line on ship hull [J]. Journal of Engineering Graphics, 2010(1):150-155. (in Chinese)
- [7] 刘鹏,胡铁牛. 船体线型曲面局部修改法研究[J]. 海洋工程,2012,30(4):144-148.
LIU Peng, HU Tie-niu. Study on local modification method for ship hull surface [J]. The Ocean Engineering, 2012,30(4):144-148. (in Chinese)
- [8] 何炜. 基于 Daubechies 小波的水下图像去噪方法研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工程大学,2006.
HE Wei. Research on underwater image denoising based Daubechies wavelet [D]. Harbin:Harbin Engineering University, 2006. (in Chinese)
- [9] 作大伟. 船体曲面表达与三维船舶设计研究[D]. 大连:大连理工大学,2002.
WU Da-wei. Study on representation of ship hull surface and three dimensional modeling design [D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2002. (in Chinese)
- [10] 张荣鑫. 基于小波理论的船体 NURBS 曲线曲面光顺性研究[D]. 大连:大连理工大学,2008.
ZHANG Rong-xin. Study on the faring of ship NURBS curves and surfaces based on wavelet theory [D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2008. (in Chinese)
- [11] 赵勇,宗智,邹文楠. 涡旋演化的小波自适应模拟[J]. 应用数学和力学,2011,32(1):33-43.
ZHAO Yong, ZONG Zhi, ZOU Wen-nan. Numerical simulation of vortex evolution based on adaptive wavelet method [J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2011,32(1):33-43. (in Chinese)